Uniforme sannsynsmodellar

I uniforme sannsynsmodellar har alle enkeltutfall same sannsyn.

Situasjon
Tilfeldig trekning av ein verdi/individ frå mange
Dersom S har n enkeltutfall og A har g får vi:

$$P(A) = \frac{g}{n} = \frac{\text{talet på gunstige}}{\text{talet på mogelege}}$$

Kap 2.3 Teljing av enkeltutfall. Kombinatorikk.

Kombinatorikk trengs ein for å finne g og n.

Eks. Kortstokk

635 013 559 600 forskjellige bridgehender
2 598 960 — " — pokerhender
532 441 — " — tipperekker.

Multiplikasjonsregelen (Den fundamentale teljesetninga)
Gå ut i frå at vi skal utføre ei ordna følgje av k operasjonar. Den første A_1 kan utførast på n_1 måtar, den neste A_2 på n_2 måtar ---- og A_k kan utførast på n_k måtar. Då kan operasjonane $A_1, A_2, \dots, A_k$ utførast på $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ måtar.

Eks. 1

Kinarestaurant med 5 forrettar, 15 hovudrettar og 4 dessertar.

$5 \cdot 15 \cdot 4 = 300$ forskjellige middagar.

Eks. 2 Tippekupongen. Det er $3 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot 3 = 3^{12} = 532441$ ~~forskjellige~~ mogelege rekkjer.

Definisjon 2.7

Ein permutasjon er ei ordning av ei mengde objekt.

ab, ba er forskjellige ordningar.

Eks 3. Fire element a, b, c, d. Kor mange mogelege ordningar kan vi få når vi plukkar ut 2.

$$a\begin{cases} b \\ c \\ d \end{cases}, \quad b\begin{cases} a \\ c \\ d \end{cases}, \quad c\begin{cases} a \\ b \\ d \end{cases}, \quad d\begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases}$$

Multiplikasjonsregelen gjev $4 \cdot 3 = 12$ mogelege ordningar

Teorem 2.2

Talet på ordna utval (permutasjonar) av lengde k som kan formast frå ei mengde med n element er

$${}_nP_k = n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\cdots(n-k+1)\cdot\frac{(n-k)!}{(n-k)!}$$

Teorem 2.1. Talet på ordningar av n objekt er $n!$.

Prov. Sett $k = n$ i Teorem 2.2.

Eks.

4 studentar går inn i heisen i 1. etasje i S11. S11 har 13 etasjar. Kva er sannsynet for at dei går av i kvar sin etasje.

$$P(\text{går av i kvar sin etasje}) = \frac{g}{m} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{12^4} = 0.573$$

Eks. Fire element a, b, c, d. På kor mange måtar kan vi trekkje ut 2 objekt når vi ser bort frå ordninga. $\Rightarrow$: $ab = ba$.

La dette talet vere x. Vi må ha:

$$x \cdot 2! = 4 \cdot 3 \quad \Rightarrow: \quad x = \frac{4 \cdot 3}{2!} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \binom{4}{2}$$

Generelt Teorem 2.8

Det er $\dfrac{n!}{(n-r)!\,r!} \overset{\Delta}{=} \binom{n}{r}$ mogelege måtar å trekke ut r objekt frå n dersom vi ser bort frå ordninga.

Prov. La talet vere x. $\quad x \cdot r! = n(n-1) \cdots (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$.

Eks. Talet på hender i bridge: $\binom{52}{13} = 635\,013\,559\,600$

Eks. Eit kortproblem.

Talet på hender i poker er $\binom{52}{5} = 2598960$

Kor mange slike gjev hus: 3 like og 2 like

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Kn	D	K	E
K						x				x			
R						x							
H						x							
S										x			

Svar. $\binom{13}{2}\binom{4}{3}\binom{4}{2}\cdot 2 = \left(\frac{13\cdot 12}{2}\right)\cdot\left(\frac{4}{1}\right)\left(\frac{4\cdot 3}{2}\right)\cdot 2$

$$= \frac{13\cdot 12\cdot 4\cdot 12\cdot 2}{2\cdot 1\cdot 2} = 3744.$$

$$P(\text{hus}) = \frac{g}{m} = \frac{3744}{2598960} = 0.0014$$

Teorem 2.6

Det er $\dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\cdots n_k!}$ mogelege måtar å trekke ut n_1 element av ein type, n_2 element av ein annan type, ..., n_k element av k-te type når $n = \sum_{i=1}^{n} n_i$

Eks. $k = 3$.

$$\frac{n!}{n_1!(n-n_1)!}\cdot\frac{(n-n_1)!}{n_2!(n-n_1-n_2)!}\cdot\frac{(n-n_1-n_2)!}{n_3!\underbrace{(n-n_1-n_2-n_3)!}_{0!=1}}$$

$$= \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot n_3!}$$

2.6 Betinga sannsyn

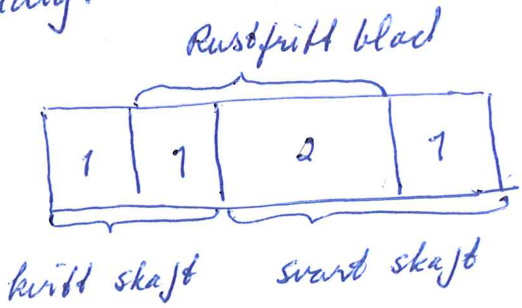
illeggsinformasjon kan påverke sannsyn

Sjuk - kjønnsavhengig, aldersavhengig

Synspunkt - partiavhengig

ksempel. Knivskuff med 5 knivar. Trekkjer kniv

til feldig.



A ~ trekkjer kniv med rustfritt blad

B ~ trekkjer kniv med svart skaft.

$$P(A) = \frac{m_A}{5} = \left(\frac{g_A}{m}\right) = \frac{3}{5} \qquad P(B) = \frac{m_B}{5} = \left(\frac{g_B}{m}\right) = \frac{3}{5}$$

$$P(A|B) = \frac{2}{3} = \frac{\frac{m_{A\cap B}}{5}}{\frac{m_B}{5}} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Definition 2.10

La A og B vere hendingar i S. $P(B) > 0$

Betinga sannsyn for A gitt B er definert som

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

ilsvarande er $P(B|A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ om $P(A) > 0$